指定校推薦入試（１期）、専門・総合学科対象特待生選抜推薦入試（１期）※工・経営経済学部のみ
公募推薦入試（１期）※保健医療学部のみ、自己推薦　学力試験型入試（１期）

解答例

１．(1) 与式 $= x^2-2xy+y^2-\left(x^2+2xy+y^2\right) = x^2-2xy+y^2-x^2-2xy-y^2 = -4xy$

（別解）与式 $= (-x+y+x+y)\,(-x+y-(x+y)) = 2y\times(-2x) = -4xy$

(2) 与式 $= \dfrac{\sqrt{3}-2}{(\sqrt{3}+2)\,(\sqrt{3}-2)} - \dfrac{\sqrt{5}\,(5-\sqrt{15}\,)}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}} = -\left(\sqrt{3}-2\right)-\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\,\right)$

$= -\sqrt{3}+2-\sqrt{5}+\sqrt{3} = 2-\sqrt{5}$

(3) $|-2x+3| = 1$ より，$-2x+3=\pm1$ なので，$-2x=\pm1-3=-2$，-4 より，
$x=1$，2

(4) $y=-2x^2+3x-1=-2\left(x^2-\dfrac{3}{2}x\right)-1=-2\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2+2\times\left(\dfrac{3}{4}\right)^2-1$

$=-2\left(x-\dfrac{3}{4}\right)^2+\dfrac{1}{8}$　　ゆえに，頂点の座標は　$\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{1}{8}\right)$

(5) $\dfrac{1}{\cos^2\theta}=1+\tan^2\theta=1+(-2)^2=5$ より，$\cos^2\theta=\dfrac{1}{5}$ である。

$90^\circ<\theta<180^\circ$ より，$\cos\theta<0$ なので，$\cos\theta=-\sqrt{\dfrac{1}{5}}=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ である。

ゆえに，$\sin\theta=\cos\theta\times\tan\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{5}}\times(-2)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

２．(1) ① 式に $a=2$ を代入すると，$6x^2+7x+2=(2x+1)(3x+2)=0$ となる。
ゆえに　$x=-\dfrac{1}{2}$，$-\dfrac{2}{3}$

(2) ① 式の判別式を D とすると，
$D=(2a+3)^2-4\times6\times a=4a^2-12a+9=(2a-3)^2$
である。解が１つだけ存在するのは，$D=0$ より，$(2a-3)^2=0$
ゆえに　$a=\dfrac{3}{2}$

(3) (2) より，$a=\dfrac{3}{2}$ である。① 式に $a=\dfrac{3}{2}$ を代入すると，$6x^2+6x+\dfrac{3}{2}=0$
両辺を $\dfrac{2}{3}$ 倍すると $4x^2+4x+1=(2x+1)^2=0$ となる。ゆえに　$x=-\dfrac{1}{2}$

(4) $x=1$ は方程式 ② の解なので，$1^2+b\times1+b^2-3b-24=b^2-2b-23=0$ となる。解の公式より，
$b=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-23)}}{2\times1}=\dfrac{2\pm4\sqrt{6}}{2}=1\pm2\sqrt{6}$

(5) ② 式の判別式を E とすると，
$E=b^2-4\times1\times\left(b^2-3b-24\right)=-3\left(b^2-4b-32\right)=-3(b-8)(b+4)$
である。異なる２つの実数解をもつのは，$E>0$ より，$(b-8)(b+4)<0$
ゆえに　$-4<b<8$

３．(1) ① 式に $k=1$ を代入すると，
$y=x^2-4x+10=(x-2)^2-4+10=(x-2)^2+6$
ゆえに，頂点の座標は　$(2,6)$

(2) $y=x^2-4kx+2k^2+5k+3=(x-2k)^2-4k^2+2k^2+5k+3$
$=(x-2k)^2-2k^2+5k+3$
ゆえに　$m=-2k^2+5k+3$

(3) (2) より，① のグラフの頂点の y 座標は $-2k^2+5k+3$ である。① のグラフが x 軸に接するので，$-2k^2+5k+3=0$，すなわち，$2k^2-5k-3=(2k+1)(k-3)=0$ となる。ゆえに　$k=-\dfrac{1}{2}$，3

(4) (2) より，$m=-2k^2+5k+3=-2\left(k^2-\dfrac{5}{2}k\right)+3$

$=-2\left(k-\dfrac{5}{4}\right)^2+2\times\left(\dfrac{5}{4}\right)^2+3=-2\left(k-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{49}{8}$

ゆえに，m の最大値は $m=\dfrac{49}{8}$

(5) $f(x)=x^2-4kx+2k^2+5k+3$ とおく。(2) より，$f(x)=(x-2k)^2-2k^2+5k+3$ なので，$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=2k$ であり，頂点の y 座標の値は $-2k^2+5k+3$ である。方程式 $f(x)=0$ の実数解は，$y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標であり，$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線であるので，$y=f(x)$ のグラフが x 軸の正の部分と２点で交わるのは，$y=f(x)$ のグラフの軸が x 軸の正の部分と交わり，頂点の y 座標の値が負となり，$f(0)>0$ となるときである。
$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=2k$ なので，$2k>0$，すなわち，$k>0\cdots$ (i)
頂点の y 座標の値は $-2k^2+5k+3$ なので，$-2k^2+5k+3=-(2k+1)(k-3)<0$，
すなわち，$k<-\dfrac{1}{2}$，$k>3\cdots$ (ii)
$f(0)=2k^2+5k+3=(k+1)(2k+3)>0$ より，$k<-\dfrac{3}{2}$，$k>-1\cdots$ (iii)
(i)，(ii)，(iii) より，$k>3$

４．(1) $\triangle$ABC の外接円の半径を R とすると，正弦定理より，$\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin A}=2R$ なので，
$\mathrm{BC}=2\times2\times\sin60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

(2) 正弦定理より，$\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin C}=2R$ なので，$\sin C=2\sqrt{3}\div(2\times2)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$0^\circ<C<180^\circ$ より，$C=60^\circ$

(3) (2) より，$\triangle$ABC は１辺の長さが $2\sqrt{3}$ の正三角形であるので，$\mathrm{CD}=\sqrt{3}$ となる。$\triangle$BCD は $\angle\mathrm{CDB}=90^\circ$ の直角三角形なので，三平方の定理より，
$\mathrm{BD}=\sqrt{\mathrm{BC}^2-\mathrm{CD}^2}=\sqrt{12-3}=\sqrt{9}=3$

(4) AE は $\triangle$ABC の外接円の直径であるので，円周角の定理より，$\angle$ACE は 90° である。三平方の定理より，
$\mathrm{CE}=\sqrt{\mathrm{AE}^2-\mathrm{AC}^2}=\sqrt{16-12}=\sqrt{4}=2$

(5) $\triangle$ABD は $\angle\mathrm{ADB}=90^\circ$ の直角三角形であり，$\mathrm{BD}=3$，$\mathrm{AD}=\sqrt{3}$ なので，
$S=\dfrac{1}{2}\times3\times\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$
直線 AE は辺 BC の垂直二等分線なので，四角形 OBEC はひし形である。ゆえに，
$T=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{OE}\times\mathrm{BC}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
以上より，$S:T=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}:2\sqrt{3}=3:4$

配点

１．25点					
	⑴　５点	⑵　５点	⑶　５点	⑷　５点	⑸　５点
２．25点					
	⑴　５点	⑵　５点	⑶　５点	⑷　５点	⑸　５点
３．25点					
	⑴　５点	⑵　５点	⑶　５点	⑷　５点	⑸　５点
４．25点					
	⑴　５点	⑵　５点	⑶　５点	⑷　５点	⑸　５点

指定校推薦入試（２期）、専門・総合学科対象特待生選抜推薦入試（２期）※工・経営経済学部のみ
公募推薦入試（２期）※保健医療学部のみ、自己推薦　学力試験型入試（２期）

解答例

１．(1) $X=(x-1)^2$ とおく。与式 $=X^2-13X+36=(X-4)(X-9)$ なので，

与式 $=\left\{(x-1)^2-4\right\}\left\{(x-1)^2-9\right\}$

$=\{(x-1)-2\}\{(x-1)+2\}\{(x-1)-3\}\{(x-1)+3\}$

$=(x-3)(x+1)(x-4)(x+2)$

(2) $x+y=4$，$xy=2^2-\left(\sqrt{3}\right)^2=4-3=1$ より，

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=4^2-2\times1=16-2=14$

(3) $|x-3|<4$ より，$-4<x-3<4$ なので，$-1<x<7$

この不等式を満たす整数 x は，$x=0$，1，2，3，4，5，6 の 7 個

(4) 2 次関数 $y=x^2+ax+b$ のグラフと x 軸との交点の x 座標の値 $x=-3$，5 は，方程式 $x^2+ax+b=0$ の解なので，$x^2+ax+b=(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$

ゆえに　$a=-2$，$b=-15$

（別解）2 次関数 $y=x^2+ax+b$ のグラフが $x=-3$，5 で x 軸と交わるので，このグラフは 2 点 $(-3,0)$ と $(5,0)$ を通る。ゆえに，連立方程式 $\begin{cases}-3a+b&=&-9\\5a+b&=&-25\end{cases}$ を得る。これを解いて，$a=-2$，$b=-15$

(5) $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$

$\cos\theta>0$ より，$\cos\theta=\sqrt{\dfrac{15}{16}}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ なので，

$\tan\theta=\sin\theta\div\cos\theta=\dfrac{1}{4}\div\dfrac{\sqrt{15}}{4}=\dfrac{1}{\sqrt{15}}$

２．(1) $x=1$ は方程式 ① の解なので，

$1^2-2k\times1+k^2-k+1=k^2-3k+2=(k-1)(k-2)=0$

ゆえに　$k=1$，2

(2) ① 式に $k=3$ を代入すると $x^2-6x+7=0$ となる。解の公式より

$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times7}}{2\times1}=\dfrac{6\pm2\sqrt{2}}{2}=3\pm\sqrt{2}$

(3) ① 式の判別式を D とすると

$D=(-2k)^2-4\times1\times(k^2-k+1)=4k-4=4(k-1)$

である。解が 1 つだけ存在するのは，$D=0$ より，$4(k-1)=0$

ゆえに　$k=1$

(4) $f(x)=x^2-2kx+k^2-k+1$ とおく。方程式 ① の実数解 α，β は，$y=f(x)$ と x 軸の交点の x 座標である。$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線であるので，α と β がともに 3 以上となるのは，$y=f(x)$ のグラフの軸が x 軸の $x>3$ の部分と交わり，(3) の判別式 D が正となり，$f(3)\geqq0$ となるときである。

$y=f(x)$ のグラフの軸は $x=k$ なので，$k>3\cdots$ (i)

$D>0$ より，$k>1\cdots$ (ii)

$f(3)=k^2-7k+10=(k-2)(k-5)\geqq0$ より，$k\leqq2$，$k\geqq5\cdots$ (iii)

(i)，(ii)，(iii) より，$k\geqq5$

(5) (4) より，$k\geqq5\cdots$ (i) である。解の公式より，

$x=\dfrac{-(-2k)\pm\sqrt{(-2k)^2-4\times1\times(k^2-k+1)}}{2\times1}=\dfrac{2k\pm2\sqrt{k-1}}{2}$

$=k\pm\sqrt{k-1}$

ゆえに，$\alpha=k-\sqrt{k-1}$，$\beta=k+\sqrt{k-1}$ である。$\beta-\alpha=4$ より，

$k+\sqrt{k-1}-\left(k-\sqrt{k-1}\right)=2\sqrt{k-1}=4$

なので，両辺を 2 乗すると $4(k-1)=16$ となり，$k=5$ を得る。

$k=5$ のとき，(i) を満たすので，α と β はともに 3 以上である。

ゆえに　$k=5$

３．(1) ① のグラフの頂点が原点であるためには，$a=1$ でなければならない。

このとき，$y=-x^2$ なので，頂点は原点である。ゆえに　$a=1$

(2) (1) より，$a=1$ である。このとき，$y=-x^2$ なので，x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動して得られる放物線の方程式は

$y-2=-(x-(-1))^2$，すなわち，$y=-(x+1)^2+2$

（別解）(1) より，$a=1$ である。このとき，$y=-x^2$ であり，頂点は原点である。x 軸方向に -1，y 軸方向に 2 だけ平行移動して得られる放物線の頂点の座標は $(-1,2)$ であり，グラフの形は変わらないので，求める放物線の方程式は $y=-(x+1)^2+2$

(3) $y=-x^2+2(a-1)x+a^2+3a-4=-\left(x^2-2(a-1)x\right)+a^2+3a-4$

$=-(x-(a-1))^2+(a-1)^2+a^2+3a-4=-(x-(a-1))^2+2a^2+a-3$

より，① のグラフの頂点の y 座標は $2a^2+a-3$ である。① のグラフは上に凸の放物線であるので，x 軸と交わらないのは $2a^2+a-3=(a-1)(2a+3)<0$ となるときである。ゆえに　$-\dfrac{3}{2}<a<1$

(4) (3) より，$y=-(x-(a-1))^2+2a^2+a-3$ なので，① のグラフの軸は $x=a-1$

(5) ① のグラフが x 軸の負の部分と接するのは，軸が x 軸の負の部分と交わり，頂点の y 座標の値が 0 となるときである。

軸は $x=a-1$ なので，$a-1<0$，すなわち，$a<1\cdots$ (i)

頂点の y 座標の値は $2a^2+a-3$ なので，$2a^2+a-3=(a-1)(2a+3)=0$，

すなわち，$a=-\dfrac{3}{2}$，$1\cdots$ (ii)

(i)，(ii) より，$a=-\dfrac{3}{2}$

４．(1) 正弦定理より，$\dfrac{\mathrm{CA}}{\sin B}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin C}$ なので，

$\mathrm{CA}=2\times\dfrac{1}{\sin60^\circ}\times\sin45^\circ=2\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(2) 正弦定理より，$2R=\dfrac{\mathrm{AB}}{\sin C}$ なので，

$R=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{1}{\sin60^\circ}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(3) $\triangle\mathrm{ABH}$ は $\angle\mathrm{ABH}=\angle\mathrm{BAH}=45^\circ$ の直角 2 等辺三角形であるので，$\mathrm{AB}:\mathrm{BH}=\sqrt{2}:1$ である。ゆえに，

$\mathrm{BH}=\dfrac{\mathrm{AB}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

(4) $\triangle\mathrm{ACH}$ は $\angle\mathrm{ACH}=60^\circ$，$\angle\mathrm{CHA}=90^\circ$ の直角三角形であるので，

$\mathrm{AC}:\mathrm{CH}=2:1$ である。ゆえに，$\mathrm{CH}=\dfrac{\mathrm{AC}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\mathrm{BC}=\mathrm{BH}+\mathrm{HC}=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$ なので，三角形の面積の公式より

$S=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{BC}\times\sin B=\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}$

(5) 三角形の面積の公式より，$S=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{AB}\times\mathrm{AC}\times\sin A$ なので，

$\sin A=2\times S\times\dfrac{1}{\mathrm{AB}}\times\dfrac{1}{\mathrm{AC}}=2\times\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2\sqrt{6}}=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

配点

１．25点
⑴　5点　⑵　5点　⑶　5点　⑷　5点　⑸　5点

２．25点
⑴　5点　⑵　5点　⑶　5点　⑷　5点　⑸　5点

３．25点
⑴　5点　⑵　5点　⑶　5点　⑷　5点　⑸　5点

４．25点
⑴　5点　⑵　5点　⑶　5点　⑷　5点　⑸　5点

一般選抜（学力試験２科目型入試 前期）（大学入学共通テスト併用型入試 １期）

解答例

１．(1) ① のグラフと y 軸の交点の y 座標の値は，$x=0$ のときの y の値である。① 式に $x=0$ を代入すると，$y=c$ であり，この値が正であるので，c の符号は正である。

(2) ① のグラフが上に凸の放物線であるので，a の符号は負である。

$$y=ax^2+2bx+c=a\left(x^2+\frac{2b}{a}x\right)+c=a\left(x+\frac{b}{a}\right)^2-a\times\left(\frac{b}{a}\right)^2+c$$

$$=a\left(x+\frac{b}{a}\right)^2-\frac{b^2}{a}+c$$

であり，① のグラフの頂点の座標が $(-1,3)$ であるので，$\dfrac{b}{a}=1$ である。

a の符号は負なので，b の符号も負である。

（別解）① のグラフが上に凸の放物線であるので，a の符号は負である。① のグラフの頂点の座標が $(-1,3)$ なので，2 次関数 ① は $y=a(x+1)^2+3$ とかける。ゆえに，$y=ax^2+2ax+a+3$ より，$b=a$ なので，b の符号も負である。

(3) ① のグラフが点 $(0,2)$ を通るので，$2=a\times0^2+2b\times0+c=c$ より，$c=2$

(2) より，$y=a\left(x+\dfrac{b}{a}\right)^2-\dfrac{b^2}{a}+2$ であり，頂点の座標は $(-1,3)$ なので，

$\dfrac{b}{a}=1\cdots$ (i) かつ，$-\dfrac{b^2}{a}+2=3\cdots$ (ii) である。

(i) より，$b=a$ なので，(ii) に代入すると

$-\dfrac{b^2}{a}+2=-\dfrac{a^2}{a}+2=-a+2=3$ となり，これを解いて $a=-1$ を得る。

$b=a=-1$ なので，　$a=-1$，$b=-1$，$c=2$

（別解）(2) の別解より，2 次関数 ① は $y=ax^2+2ax+a+3$ とかけるので，$b=a$，$c=a+3$ である。この関数のグラフが点 $(0,2)$ を通るので，$a+3=2$ より，$a=-1$，$b=-1$，$c=2$

(4) (3) より，$a=-1$，$b=-1$，$c=2$ である。① 式に代入すると $y=-x^2-2x+2$ となる。① のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，$-x^2-2x+2=0$，すなわち，$x^2+2x-2=0$ の解である。解の公式より，

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-2\pm\sqrt{12}}{2}=-1\pm\sqrt{3}$$

ゆえに，① のグラフと x 軸の共有点は，$(-1+\sqrt{3},0)$，$(-1-\sqrt{3},0)$

(5) (3) より，$a=-1$，$b=-1$，$c=2$ である。① 式に代入すると

$y=-x^2-2x+2=-\left(x^2+2x\right)+2=-(x+1)^2+1^2+2=-(x+1)^2+3$

となる。ゆえに，① のグラフの軸は $x=-1$ であり，上に凸の放物線であるので，定義域が $-3\leqq x\leqq3$ より，$x=3$ のとき最小値 $y=-3^2-2\times3+2=-13$ をもつ。

２．(1) 円 C は x 軸と点 A で接しており，円 C の中心は $\mathrm{O_1}(3,4)$ であるので，点 A の座標は $(3,0)$ であり，$r=4$ である。

(2) 原点 O から円 C の中心 $\mathrm{O_1}(3,4)$ までの距離は $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$ である。(1) より，円 C の半径は $r=4$ なので，求めたい円の半径は $5-4=1$ である。求めたい円の中心は原点 O なので，その方程式は $x^2+y^2=1$ である。

(3) 原点 O と円 C の中心 $\mathrm{O_1}(3,4)$ の 2 点を通る直線 ℓ の方程式は $y=\dfrac{4}{3}x$ である。点 B は直線 ℓ と (2) で求めた円との 2 つの共有点のうち，x 座標の値が正となる点である。$y=\dfrac{4}{3}x$ と $x^2+y^2=1$ を連立して解くと，$x>0$ より，

$x=\dfrac{3}{5}$，$y=\dfrac{4}{5}$ となる。ゆえに　点 $\mathrm{B}\left(\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5}\right)$

(4) 求めたい接線は，直線 ℓ と直交し，点 B を通る直線である。直線 ℓ の傾きは $\dfrac{4}{3}$ なので，求めたい接線の傾きは $-\dfrac{3}{4}$ である。点 B を通るので，求めたい接線の方程式は $y-\dfrac{4}{5}=-\dfrac{3}{4}\left(x-\dfrac{3}{5}\right)$，すなわち，$y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$

（別解）求めたい接線は，(2) で求めた円 C と外接する円 $x^2+y^2=1$ の点 $\mathrm{B}\left(\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5}\right)$ における接線でもあるので，公式 (円の接線の方程式) より，$\dfrac{3}{5}x+\dfrac{4}{5}y=1$

(5) $\triangle\mathrm{O_1OA}$ の面積を T，$\triangle\mathrm{BOA}$ の面積を U とすると，$S=T-U$ である。

$T=\dfrac{1}{2}\times3\times4=6$，$U=\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{6}{5}$ より，

$S=T-U=6-\dfrac{6}{5}=\dfrac{30-6}{5}=\dfrac{24}{5}$

（別解）線分 $\mathrm{O_1A}$ の長さが 4，直線 $\mathrm{O_1A}$ から点 B までの距離は，$3-\dfrac{3}{5}=\dfrac{12}{5}$ なので，

$S=\dfrac{1}{2}\times4\times\dfrac{12}{5}=\dfrac{24}{5}$

３．(1) $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ を代入すると，

$$y=\sin\frac{\pi}{3}-4\sin\frac{\pi}{6}-4\cos\frac{\pi}{6}+4=\frac{\sqrt{3}}{2}-4\times\frac{1}{2}-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+4=2-\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

(2) $t^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta=1+\sin2\theta$ より，

$y=t^2-1-4t+4=t^2-4t+3$

(3) $t=\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta\right)=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ より，$r=\sqrt{2}$，$\alpha=\dfrac{\pi}{4}$

(4) (3) より，$t=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ である。$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta+\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{5\pi}{4}$ なので，$-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\leqq\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\leqq1$ である。ゆえに　$-1\leqq t\leqq\sqrt{2}$

(5) (2) より，$y=t^2-4t+3=(t-2)^2-2^2+3=(t-2)^2-1$ である。この 2 次関数のグラフの軸は $t=2$ であり，下に凸の放物線である。(4) より，$-1\leqq t\leqq\sqrt{2}$ なので，$t=\sqrt{2}$ のとき最小値 $y=5-4\sqrt{2}$ をもつ。

$t=\sqrt{2}$ となるのは，$\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)=1$ のときであり，$\dfrac{\pi}{4}\leqq\theta+\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{5\pi}{4}$ なので，$\theta+\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{2}$，すなわち，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$

４．(1) $f'(x)=3x^2-2$ より，直線 ℓ の傾きは，$f'(1)=3\times1^2-2=1$ である。

直線 ℓ は点 $\mathrm{P}(1,0)$ を通るので，その方程式は $y=x-1$

(2) 曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ の交点の座標は，連立方程式 $\begin{cases} y = x^3-2x+1 \\ y = x-1 \end{cases}$ の解 (x,y) である。この連立方程式より，3 次方程式 $x^3-3x+2=0$ を得る。

$F(x)=x^3-3x+2$ とおく。点 $\mathrm{P}(1,0)$ は曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ の交点の 1 つであるので，$F(1)=0$ が成り立つ。因数定理より，$F(x)$ は $x-1$ を因数にもつ。従って，$F(x)=(x-1)(x^2+x-2)=(x-1)^2(x+2)=0$ なので，連立方程式の解は $(x,y)=(1,0)$，$(-2,-3)$ である。

ゆえに，曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ の交点のうち，P 以外の点は $(-2,-3)$

（別解）上記より，3 次方程式 $x^3-3x+2=0$ を得る。曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ は $x=1$ で接するので，$x=1$ はこの方程式の重解である。ゆえに，$x^3-3x+2=(x-1)^2(x+a)$ とかけるので，両辺の係数比較により $a=2$ を得る。したがって，$x=-2$ は 3 次方程式の解なので，曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ の交点のうち，P 以外の点は $(-2,-3)$ である。

(3) 曲線 $y=g(x)$ と直線 ℓ の交点の座標は，連立方程式 $\begin{cases} y = x^2+x-5 \\ y = x-1 \end{cases}$ の解 (x,y) である。これを解いて　$(-2,-3)$，$(2,1)$

(4) (3) より，曲線 $y=g(x)$ と直線 ℓ の交点の座標は $(-2,-3)$，$(2,1)$ である。

$-2\leqq x\leqq2$ では $g(x)=x^2+x-5\leqq x-1$ なので，

$$S=\int_{-2}^{2}\left\{(x-1)-(x^2+x-5)\right\}dx=\int_{-2}^{2}\left(-x^2+4\right)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+4x\right]_{-2}^{2}$$

$$=-\frac{16}{3}+16=\frac{32}{3}$$

(5) 接点の x 座標を $x=a$ とすると，点 $(a,f(a))$ における接線の方程式は，

$y-f(a)=f'(a)(x-a)$，すなわち，$y=(3a^2-2)x-2a^3+1$ で表される。

この直線が点 $(2,-3)$ を通るので，$-3=2\times(3a^2-2)-2a^3+1$，すなわち，$2a^3-6a^2=0$ であるから，$2a^2(a-3)=0$ より，$a=0$，3 となる。

$a=0$ のとき，接線は $y=-2x+1$，$a=3$ のとき，接線は $y=25x-53$ である。

ゆえに　$y=-2x+1$，$y=25x-53$

配点

１．25点

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5点	5点	5点	5点	5点

２．25点

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5点	5点	5点	5点	5点

３．25点

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5点	5点	5点	5点	5点

４．25点

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
5点	5点	5点	5点	5点

一般選抜（学力試験２科目型入試 後期）（大学入学共通テスト併用型入試 ２期）

解答例

１．(1) ① 式に $a=11$ を代入すると，$x^2-22x+40=(x-2)(x-20)=0$

$\alpha<\beta$ より，$\alpha=2$，$\beta=20$

(2) ① 式の判別式を D とすると，

$D=(-2a)^2-4\times 1\times(a^2-9a+18)=36a-72=36(a-2)$

である。方程式 ① は異なる２つの実数解をもつので，$D>0$ より，$a-2>0$

ゆえに　$a>2$

(3) 解の公式より，

$$x=\frac{-(-2a)\pm\sqrt{D}}{2\times 1}=\frac{2a\pm\sqrt{36(a-2)}}{2}=\frac{2a\pm 6\sqrt{a-2}}{2}=a\pm 3\sqrt{a-2}$$

$\alpha<\beta$ より，$\alpha=a-3\sqrt{a-2}$，$\beta=a+3\sqrt{a-2}$

(4) (2) より，$a>2$ であり，(3) より，$\alpha=a-3\sqrt{a-2}$，$\beta=a+3\sqrt{a-2}$ である。ゆえに，$\beta>0$ が成り立つ。$\alpha<0$ とすると，$a<3\sqrt{a-2}$ より，$a^2<9(a-2)$，すなわち，$a^2-9a+18=(a-3)(a-6)<0$ なので，$3<a<6$

以上より，$3<a<6$

(5) (2) より，$a>2\cdots$ (i) である。$f(x)=x^2-2ax+a^2-9a+18$ とおく。方程式 $f(x)=0$ の解 α と β は，$y=f(x)$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標の値である。$y=f(x)$ のグラフは下に凸の放物線なので，$0<\alpha<2<\beta<6$ となるのは，$f(0)>0$，$f(2)<0$，$f(6)>0$ のときである。

$f(0)=a^2-9a+18=(a-3)(a-6)>0$ より，$a<3$，$a>6\cdots$ (ii)

$f(2)=a^2-13a+22=(a-2)(a-11)<0$ より，$2<a<11\cdots$ (iii)

$f(6)=a^2-21a+54=(a-3)(a-18)>0$ より，$a<3$，$a>18\cdots$ (iv)

(i)，(ii)，(iii)，(iv) より，$2<a<3$

２．(1) $x=1$ を代入すると

$$y=\left(\log_4\frac{1}{4}\right)\times\log_2 8=\log_4 4^{-1}\times\log_2 2^3=-1\times 3=-3$$

(2) $\log_2 4=2$ かつ $\log_2 8=3$ なので，

$$\log_4\frac{x}{4}=\frac{\log_2\frac{x}{4}}{\log_2 4}=\frac{\log_2 x-\log_2 4}{\log_2 4}=\frac{t-2}{2},\quad \log_2\frac{8}{x}=\log_2 8-\log_2 x=3-t$$

ゆえに，$y=\dfrac{t-2}{2}\times(3-t)=-\dfrac{1}{2}(t-2)(t-3)$

(3) (2) より，

$$y=-\frac{1}{2}(t-2)(t-3)=-\frac{1}{2}\left(t^2-5t+6\right)=-\frac{1}{2}\left\{\left(t-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}+6\right\}$$
$$=-\frac{1}{2}\left\{\left(t-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}\right\}$$

関数 y の定義域は $x>0$ なので，$t=\log_2 x$ の変域は実数全体である。

ゆえに，y の値が最大となるのは，$t=\dfrac{5}{2}$ のときである。

$t=\log_2 x$ より，$x=2^t=4\sqrt{2}$

(4) (3) より，$x=4\sqrt{2}$ である。このとき，$t=\dfrac{5}{2}$ なので，(3) より，

$$y=-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{8}$$

(5) (2) より，$y=-\dfrac{1}{2}(t-2)(t-3)$ なので，$y=0$ となるのは $t=2$，3 のときである。$t=\log_2 x$ より，$x=2^t$ なので，$y=0$ となる x の値は，$x=4$，8

３．(1) $f(\theta)=\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1=2\times\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-1=0$

（別解）$\cos\theta=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ かつ $0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$\theta=\dfrac{\pi}{4}$ である。ゆえに，$\cos 2\theta=\cos\dfrac{\pi}{2}=0$

(2) $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ を $g(\theta)$ の式に代入すると $g(\theta)=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$ となる。ゆえに，

$$g\left(\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{4}\times\cos\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{4}\times\sin\frac{\pi}{6}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$

(3) $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ を $g(\theta)$ の式に代入すると $g(\theta)=\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$ となる。

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$-\dfrac{\pi}{6}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{6}\leqq\dfrac{5}{6}\pi$ なので，$g(\theta)\geqq\dfrac{1}{2}$ となるのは，

$\dfrac{\pi}{6}\leqq\theta-\dfrac{\pi}{6}\leqq\dfrac{5}{6}\pi$，すなわち，$\dfrac{\pi}{3}\leqq\theta\leqq\pi$

(4) $\alpha=0$ を $g(\theta)$ の式に代入すると $g(\theta)=\sin\theta$ となる。ゆえに，

$$f(\theta)+g(\theta)=\cos 2\theta+\sin\theta=-2\sin^2\theta+\sin\theta+1=-(2\sin^2\theta-\sin\theta-1)$$
$$=-(2\sin\theta+1)(\sin\theta-1)$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$\sin\theta\geqq 0$ なので，$f(\theta)+g(\theta)=0$ となるのは，

$\sin\theta=1$，すなわち，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$ のときである。

(5) $\alpha=-\theta$ を $g(\theta)$ の式に代入すると $g(\theta)=\sin 2\theta$ となる。ゆえに，

$$f(\theta)+g(\theta)=\cos 2\theta+\sin 2\theta=\sqrt{2}\left(\cos 2\theta\times\frac{1}{\sqrt{2}}+\sin 2\theta\times\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$=\sqrt{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より，$\dfrac{\pi}{4}\leqq 2\theta+\dfrac{\pi}{4}\leqq\dfrac{9}{4}\pi$ なので，$-1\leqq\sin\left(2\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)\leqq 1$

ゆえに，$-\sqrt{2}\leqq f(\theta)+g(\theta)\leqq\sqrt{2}$

４．(1) $y=f(x)$ のグラフと x 軸の交点の座標 (x,y) は，連立方程式 $\begin{cases} y = x^2-1 \\ y = 0\end{cases}$

の解である。これを解いて，$(x,y)=(-1,0)$，$(1,0)$

(2) (1) より，$y=f(x)$ のグラフと x 軸の交点の x 座標は，$x=-1$，1 である。$-1\leqq x\leqq 1$ において，$f(x)\leqq 0$ なので，

$$S=\int_{-1}^{1}(-x^2+1)\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}+x\right]_{-1}^{1}=\frac{4}{3}$$

(3) $y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの交点の座標 (x,y) は，連立方程式

$\begin{cases} y = x^2-1 \\ y = -x^2+4x+5\end{cases}$ の解である。これを解いて，$(x,y)=(-1,0)$，$(3,8)$

(4) (3) より，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの交点の x 座標は，$x=-1$，3 である。$-1\leqq x\leqq 3$ において，$g(x)-f(x)\geqq 0$ なので，

$$T=\int_{-1}^{3}\left\{-x^2+4x+5-(x^2-1)\right\}\,dx=\int_{-1}^{3}(-2x^2+4x+6)\,dx$$
$$=\left[-\frac{2}{3}x^3+2x^2+6x\right]_{-1}^{3}=\frac{64}{3}$$

(5) (1) より，$y=|f(x)|$ は，$x\leqq -1$，$x\geqq 1$ のとき $y=f(x)$ であり，$-1\leqq x\leqq 1$ のとき，$y=-f(x)$ である。$-1<x\leqq 1$ では，$g(x)-|f(x)|=g(x)+f(x)=4x+4>0$ なので，$-1<x\leqq 1$ において $y=|f(x)|$ と $y=g(x)$ は交点をもたない。ゆえに，(3) より，$y=|f(x)|$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフの交点の座標は $(-1,0)$，$(3,8)$ である。したがって，$y=|f(x)|$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフによって囲まれた部分は，$y=f(x)$ のグラフと $y=g(x)$ のグラフによって囲まれた部分から $y=f(x)$ のグラフと x 軸によって囲まれた部分とその x 軸対称な部分を除いたものである。

以上より，$U=T-2\times S=\dfrac{64}{3}-2\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{56}{3}$

配点

１．25点

(1)　5点	(2)　5点	(3)　5点	(4)　5点	(5)　5点

２．25点

(1)　5点	(2)　5点	(3)　5点	(4)　5点	(5)　5点

３．25点

(1)　5点	(2)　5点	(3)　5点	(4)　5点	(5)　5点

４．25点

(1)　5点	(2)　5点	(3)　5点	(4)　5点	(5)　5点